Vraag	Antwoord	Scores

Zonnepanelen

1 maximumscore 4

- Omdat de elektriciteitsprijs elk jaar met 5% stijgt, stijgt de opbrengst ook elk jaar met 5% 1
- Hierbij hoort een groeifactor van 1,05 1
- De opbrengst in jaar 1 is $1750 \cdot 0,225 = 393,75$ (euro) 1
- In jaar t is de opbrengstformule dan $Z = 393,75 \cdot 1,05^{t-1}$ (dus $a = 393,75$ en $b = 1,05$) 1

2 maximumscore 4

- De opbrengst per jaar is $0,225 \cdot 2500 = 562,50$ (euro) 1
- $6299 \cdot 0,15 = 944,85$; dit is meer dan 650 (euro) dus 650 (euro) subsidie 1
- Het aankoopbedrag is $6299 - 650 = 5649$ (euro) 1
- De terugverdientijd is $\frac{5649}{562,50} \approx 10,04$ (jaar) dus in 2023 is het volledig terugverdiend 1

Opmerking
Als een kandidaat als antwoord geeft ‘in het elfde jaar’, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

3 maximumscore 4

- $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \frac{325 \cdot 46,9x - (650 + 325x) \cdot 46,9}{(46,9x)^2}$ 1
- Deze afgeleide herleiden tot $\frac{-650 \cdot 46,9}{(46,9x)^2} \left(= \frac{-30\,485}{(46,9x)^2} \right)$ 1
- De teller is negatief en de noemer is positief 1
- De afgeleide is altijd negatief (dus de terugverdientijd daalt) 1

of

- $T = \frac{650}{46,9x} + \frac{325}{46,9}$ 1
- $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = -\frac{650}{46,9} \cdot x^{-2} \left(= -\frac{650}{46,9 \cdot x^2} \right)$ 1
- De complete uitdrukking inclusief minteken is altijd negatief 1
- De afgeleide is altijd negatief (dus de terugverdientijd daalt) 1

Vraag	Antwoord	Scores

4 **maximumscore 4**

- Uit de tabel volgt dat de elektriciteitsopbrengst per paneel per jaar 208,3 (of 208,4) (kWh) (of nauwkeuriger) is — 1
- De opbrengst in euro's voor x panelen is $O = 0{,}225 \cdot 208{,}3 \cdot x \approx 46{,}9x$ (euro per jaar) — 1
- Voor de aanschafprijs geldt: $P = 0{,}85(1300 + 325x)(= 1105 + 276{,}25x)$ (euro) — 1
- De formule is dan: $T\left(= \frac{P}{O}\right) = \frac{0{,}85(1300+325x)}{46{,}9x}\left(= \frac{1105+276{,}25x}{46{,}9x}\right)$ — 1

of

- De opbrengst blijft hetzelfde, dus de noemer blijft $46{,}9x$ (euro per jaar) — 2
- Voor de aanschafprijs geldt $P = 0{,}85(1300 + 325x)(= 1105 + 276{,}25x)$ (euro) — 1
- De formule is dan: $T\left(= \frac{P}{O}\right) = \frac{0{,}85(1300+325x)}{46{,}9x}\left(= \frac{1105+276{,}25x}{46{,}9x}\right)$ — 1

Eén miljard hartslagen

5 maximumscore 2

- Het hondenras heeft een levensduur van $\left(\frac{1\text{ miljard}}{125}=\right)8\,000\,000$ minuten 1
- Dat is $\frac{8\,000\,000}{60\cdot 24\cdot 365}\approx 15$ (of $\frac{8\,000\,000}{60\cdot 24\cdot 365{,}25}\approx 15$) (jaar) (of nauwkeuriger) 1

of

- 125 slagen per minuut betekent $365\cdot 24\cdot 60\cdot 125=65\,700\,000$ slagen per jaar (of $365{,}25\cdot 24\cdot 60\cdot 125\approx 65\,745\,000$ slagen per jaar) 1
- De levensduur is $\frac{1\,000\,000\,000}{65\,700\,000}\approx 15$ (jaar) (of nauwkeuriger) (of $\frac{1\,000\,000\,000}{65\,745\,000}\approx 15$ (jaar) (of nauwkeuriger)) 1

6 maximumscore 4

- Het aantal minuten in een jaar is: $60\cdot 24\cdot 365=525\,600$ (of $60\cdot 24\cdot 365{,}25=525\,960$) 1
- Er geldt: $L\cdot 525\,600H=10^9$ 1
- $H=\frac{10^9}{525\,600L}$ 1
- $\frac{10^9}{525\,600}\approx 1900$ dus $H=\frac{1900}{L}$ 1

Opmerkingen

- *Als een kandidaat de vraag beantwoordt door met behulp van $H=\frac{1900}{L}$ na te gaan dat $525\,600\cdot H\cdot L$ gelijk is aan 1 miljard, ten hoogste 2 scorepunten voor deze vraag toekennen.*
- *Als een kandidaat voor het aantonen van de formule gebruik heeft gemaakt van de figuur, hiervoor geen scorepunten toekennen.*
- *Als een kandidaat bij de vorige vraag en bij deze vraag tweemaal op dezelfde wijze rekent op basis van een foute omzetting van minuten in jaren, hiervoor bij deze vraag geen scorepunten in mindering brengen.*

7 **maximumscore 4**

- $H' = -\dfrac{1900}{L^2}$ (of $H' = -1900 \cdot L^{-2}$) 2
- $H' < 0$, dus H is dalend 1
- Als L toeneemt, dan neemt $\dfrac{1900}{L^2}$ af en neemt $-\dfrac{1900}{L^2}$ toe dus H' stijgt, dus H is afnemend dalend (of $-1900 \cdot L^{-2}$ gaat naar 0 dus H is afnemend dalend) 1

Opmerking
Als een kandidaat het laatste deel van de vraag beantwoordt aan de hand van enkel een schets van de grafiek van de afgeleide, ten hoogste 2 scorepunten voor deze vraag toekennen.

8 **maximumscore 4**

- Voor de groeifactor g geldt: $g^{57} = \dfrac{25}{450}$ 1
- De groeifactor is $g = \left(\dfrac{25}{450}\right)^{\frac{1}{57}}$ 1
- De beginwaarde is $\dfrac{450}{\left(\left(\dfrac{25}{450}\right)^{\frac{1}{57}}\right)^3}$ dus in gehelen 524 1
- De groeifactor in drie decimalen is 0,951 1

9 **maximumscore 5**

- $0,95^L = \dfrac{H}{520}$ 1
- $L = {}^{0,95}\log\left(\dfrac{H}{520}\right)$ 1
- $L = \dfrac{\log\left(\dfrac{H}{520}\right)}{\log(0,95)}$ 1
- $L = \dfrac{\log(H) - \log(520)}{\log(0,95)}$ 1
- $L = -44,89 \cdot \log(H) + 121,92$ (dus $a = -44,89$ en $b = 121,92$) 1

of

- $\log(H) = \log(520 \cdot 0,95^L)$ 1
- $\log(H) = \log(520) + \log(0,95^L)$ 1
- $\log(H) = \log(520) + L \cdot \log(0,95)$ 1
- $L = \dfrac{\log(H) - \log(520)}{\log(0,95)}$ 1
- $L = -44,89 \cdot \log(H) + 121,92$ (dus $a = -44,89$ en $b = 121,92$) 1

De formule van Riegel en kilometertijden

10 maximumscore 3

- 4 minuten 52 seconden komt overeen met 292 seconden 1
- $T_2 = 292 \cdot \left(\frac{10\,000}{1500}\right)^{1,07} \approx 2223$ (seconden) (of nauwkeuriger) 1
- Dat is 37 minuten en 3 seconden (of nauwkeuriger) 1

11 maximumscore 2

Een aanpak als:
- Door d_1 en d_2 in kilometers in plaats van meters uit te drukken, worden zowel teller als noemer met 0,001 vermenigvuldigd 1
- Die factor 0,001 doet er voor de grootte van de breuk zelf niet toe: de breuk zelf blijft even groot (en de rest van de formule dus ook) 1

12 maximumscore 5

Een aanpak als:
- Als, bijvoorbeeld, $d_1 = 1500$ (m) en $T_1 = 292$ (s), dan is $d_2 = 2 \cdot d_1 = 3000$ (m) 1
- Dan geldt: $T_2 = 292 \cdot \left(\frac{3000}{1500}\right)^{1,07}$ $(\approx 613{,}03)$ (s) 1
- De gemiddelde snelheden zijn: $\frac{1500}{292}$ $(\approx 5{,}137)$ (m/s) en $\frac{3000}{613{,}03}$ $(\approx 4{,}894)$ (m/s) 1
- $\frac{4{,}894}{5{,}137}$ $(\approx 0{,}953)$ 1
- Het antwoord: (een afname van) 5(%) (of nauwkeuriger) 1

of

- Als T_1 de tijd op afstand d_1 is, dan geldt, met $d_2 = 2 \cdot d_1$, dat $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{1,07} = T_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot d_1}{d_1}\right)^{1,07}$ 1
- $T_2 = T_1 \cdot 2^{1,07}$ $(\approx 2{,}099 \cdot T_1)$ 1
- De gemiddelde snelheid $\frac{d_2}{T_2} = \left(\frac{d_2}{2^{1,07} \cdot T_1} = \right) \frac{2\,d_1}{2^{1,07} \cdot T_1}$ 1
- $\frac{2}{2^{1,07}}$ $(\approx 0{,}953)$ 1
- Het antwoord: (een afname van) 5(%) (of nauwkeuriger) 1

13 maximumscore 4

- $K = \left(\dfrac{T}{d} =\right) \dfrac{206 \cdot \left(\dfrac{d}{1,5}\right)^{1,07}}{d}$ 1
- $K = \dfrac{206 \cdot \dfrac{d^{1,07}}{1,5^{1,07}}}{d}$ 1
- $K = \dfrac{133,49 \cdot d^{1,07}}{d}$ 1
- $K = 133,49 \cdot d^{0,07}$ (dus $p = 133,49$ en $q = 0,07$) 1

of

- $T = \left(206 \cdot \left(\dfrac{d}{1,5}\right)^{1,07} =\right) 206 \cdot \dfrac{d^{1,07}}{1,5^{1,07}}$ 1
- $T = 133,49 \cdot d^{1,07}$ 1
- $K = \left(\dfrac{T}{d} =\right) \dfrac{133,49 \cdot d^{1,07}}{d}$ 1
- $K = 133,49 \cdot d^{0,07}$ (dus $p = 133,49$ en $q = 0,07$) 1

Opmerking
Als een kandidaat deze vraag door middel van geschikte getallenvoorbeelden beantwoordt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

14 maximumscore 4

- 6 minuten en 3,32 seconden is 363,32 seconden en 12 minuten en 36,30 seconden is 756,30 seconden 1
- Opgelost moet worden $756,30 = 363,32 \cdot 2^a$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Het antwoord: 1,058 1

Opmerking
Als een kandidaat bij deze vraag een eerder in deze opgave gehanteerde foute wijze van omzetting van een tijd in minuten en seconden naar een tijd in seconden gebruikt, hiervoor bij deze vraag geen scorepunten in mindering brengen.

Zentrum Paul Klee

15 maximumscore 4

- $7+7\sin\left(\frac{2\pi}{60}(x-15)\right)=4,5$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $x\approx 11,513$ of $x\approx 48,487$ 1
- Het antwoord: 36,97 (m) (of 3697 cm) 1

16 maximumscore 4

- De evenwichtsstand is 6,25 en de amplitude is 6,25 dus a = 6,25 1
- De periode is 51 (m) dus $c=\frac{2\pi}{51}(\approx 0,123)$ 1
- Vanaf het begin van de tweede golf is een kwart periode ($=\frac{51}{4}=12,75$) nodig om bij het punt te komen waar de golf stijgend door de evenwichtsstand gaat 1
- Hieruit volgt dat $d=(60+12,75=)72,75$ (of $h=6,25+6,25\sin\left(\frac{2\pi}{51}(x-72,75)\right)$) 1

17 maximumscore 5

Een aanpak als:

- Een formule voor de golf is $h=a+a\sin\left(\frac{2\pi}{39}(x-9,75)\right)$ 1
- De sinusoïde moet door het punt met $x=7,5$ en $h=4,5$ gaan 1
- Opgelost moet worden de ongelijkheid $a+a\sin\left(\frac{2\pi}{39}(7,5-9,75)\right)\geq 4,5$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $4,5=a+a\sin\left(\frac{2\pi}{39}(7,5-9,75)\right)$ kan worden opgelost 1
- ($a\geq 6,97$ dus) de hoogte is (minimaal) 14,0 (m) (of 140 dm) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Pi in het oude India

18 maximumscore 3

- $\frac{4}{1}-\frac{4}{3}+\frac{4}{5}-\frac{4}{7}+\frac{4}{9}-\frac{4}{11}+\frac{4}{13}-\frac{4}{15}+\frac{4}{17}\approx 3,25$ (of nauwkeuriger); dit verschilt meer dan 0,1 van π — 1
- $\frac{4}{1}-\frac{4}{3}+\frac{4}{5}-\frac{4}{7}+\frac{4}{9}-\frac{4}{11}+\frac{4}{13}-\frac{4}{15}+\frac{4}{17}-\frac{4}{19}\approx 3,042$ (of nauwkeuriger); dit verschilt minder dan 0,1 van π — 1
- Het antwoord: (dus minimaal) 10 termen (nodig) — 1

19 maximumscore 3

- $n = 1$ invullen levert $\frac{a\cdot(-1)^0}{b\cdot 0+1}=\frac{a}{1}=\frac{4}{1}$ dus $a = 4$ — 1
- $n = 2$ invullen levert $\frac{4\cdot(-1)^1}{b\cdot 1+1}=(\frac{-4}{b\cdot 1+1}=)-\frac{4}{3}$ — 1
- Hieruit volgt: $b = 2$ — 1

20 maximumscore 5

Een aanpak als:

- Het inzicht dat er voor de verschilterm gebruikgemaakt kan worden van een factor als $(-1)^{n-1}$ — 1
- De ‘eerste’ factor in de noemer van de verschilterm kan worden beschreven met $2n-1$ — 1
- De ‘tweede’ factor in de noemer van de verschilterm kan worden beschreven met 3^{n-1} — 1
- $S_n = S_{n-1}+\frac{\sqrt{12}\cdot(-1)^{n-1}}{(2n-1)\cdot 3^{n-1}}$ (met n = 2, 3, 4, …) — 2

Benzine of diesel?

21 maximumscore 7

Een aanpak als:

- Benzine kost per liter (ongeveer) € 1,75 — 1
- Diesel kost per liter (ongeveer) € 1,45 — 1
- De dieseluitvoering kost per jaar $(4\times 478)-(4\times 242)=€\,944$ meer dan de benzine-uitvoering — 1
- De benzine-uitvoering kost per 100 kilometer $6,4\times 1,75=€\,11,20$ — 1
- De dieseluitvoering kost per 100 kilometer $4,5\times 1,45\approx €\,6,53$ (of nauwkeuriger) — 1
- Peter moet dus ten minste $\dfrac{944}{11,20-6,53}\times 100$ kilometer per jaar rijden — 1
- Het antwoord: (vanaf) 20 200 (kilometer per jaar) — 1

of

- Benzine kost per liter (ongeveer) € 1,75 — 1
- Diesel kost per liter (ongeveer) € 1,45 — 1
- Voor de jaarlijkse kosten van de benzine-uitvoering bij x kilometer geldt: $K_B = x\cdot\frac{6,4}{100}\cdot 1,75+968=0,112x+968$ (met K_B in euro) — 1
- Voor de jaarlijkse kosten van de dieseluitvoering bij x kilometer geldt: $K_D = x\cdot\frac{4,5}{100}\cdot 1,45+1912=0,06525x+1912$ (met K_D in euro) — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $K_B = K_D$ kan worden opgelost — 1
- Dat geeft $x=20\,193$ (of nauwkeuriger) — 1
- Het antwoord: (vanaf) 20 200 (kilometer per jaar) — 1

Opmerkingen

– *Bij het aflezen/schatten van de brandstofprijzen een marge van € 0,05/liter hanteren.*

– *Het niet vermelden van een geldeenheid in de verslaglegging van het onderzoek leidt niet tot het in mindering brengen van scorepunten.*